第九章单元测试题（附解答）

1. 计算，其中是以定点，，，为顶点的正方形的整个边界（取逆时针方向）．

解：，逆时针方向，记围成的区域为，则

原式

2. 计算曲线积分，其中表示包含点在内的简单闭曲线，取逆时针方向。

解： （1）记围成的区域为，在内作小圆，取顺时针方向，围成的区域为，在内有一阶连续的偏导数，且 

（2）利用Green公式，有



3. 计算曲线积分，其中表示第四象限内以为起点为终点的光滑曲线。

解：（1）选，则是单连通区域，在内有一阶连续偏导数，且。

（2）利用积分与路径无关的条件，则曲线积分与路径无关。

选积分路径 ，

4. 计算面密度为的曲面片的质量。

解：（1）



（2）

5. 计算曲面积分，式中是上半球面的下侧。

解：（1） 取曲面，取上侧，配合构成上半球体的表面的内侧。记与围成的区域为，在内有一阶连续偏导数，且。

（2）利用Gauss公式，有6. 计算曲面积分，其中，取上侧。

解：（1）取上侧，，在面上的投影区域为。

（2）



7. 计算，其中是圆周，若从轴正向看去，取逆时针方向；

解：（1），取上侧，

在包含的区域内有一阶连续的偏导数。

（2）利用 Stokes公式，

